Préparer la 3e

Livret de mathématiques

Par Mesdames POCHOLLE et SILINE

Ce livret comprend des fiches reprenant les notions étudiées jusqu'en 4ème * et qui constituent une base essentielle pour pouvoir suivre en 3ème .

Il est bon de le conserver et de le consulter régulièrement pour rafraîchir des connaissances utiles lors des nouveaux chapitres de 3ème. *Ce n'est pas un simple cahier de vacances.*

Le travail de ce cahier est à rendre à votre professeur de mathématiques dès la rentrée de septembre, lui permettant ainsi de mesurer le sérieux de votre préparation.

Livret de vacances 2021

Fiche de cours	Mathématiques	Quatrième
Chapitre : Vocabulaire et Calcul	Priorités de calcul	

1 - Vocabulaires indispensable à connaitre

SOMME. **3 + 5 = 8** **DIFFERENCE**. **5 - 2 = 3** **TERMES**.

PRODUIT. $3 \times 7 = 21$ **FACTEURS.**

QUOTIENT. $\frac{3}{2} = 1,5$

Une **somme algébrique** est une suite d'additions et de soustractions de nombres relatifs.

Ecriture simplifiée : On enlève toutes les parenthèses en respectant les règles

2 - Priorités de calcul

1 - **Parenthèses** (Barre de fraction joue le rôle d'une parenthèse)

2 – **Puissances**

3 – **Multiplication et division**, on effectue les calculs dans l'ordre d'écriture

4 - **Les additions et les soustractions**, dans l'ordre d'écriture.

Exemple :

A = 3 + ((20 – 4) – 5)+ 7 A = 3 + (16 – 5) + 7 A = 3 + 11 + 7 A = 14 + 7 A = 21	B = 9 – 2 + 40 – 12 + 1 B = 7 + 40 –12 + 1 B = 47 –12 + 1 B = 36 + 1 B = 37
C = 3 + 10 : 5 × 6 C= 3 + 2× 6 C= 3+ 12 C= 15	D = 14 :2 × (21 – 11) – 3 D = 14 : 2 × 10 – 3 D = 7 × 10 – 3 D = 70 – 3 D = 67

Fiche de cours	Mathématiques	Cinquième
Chapitre : Relatifs	Additions de Nombres Relatifs	

1 - Addition

Même
- Additionne
- Signe commun

Différent
- Soustrait
- Signe du "plus fort"

Pour additionner 2 nombres de même signe.	Pour additionner 2 nombres de signe opposé.
$\begin{cases} \textit{On additionne les distances à zéro ou} \text{ les parties numériques (p.n)} \\ \textit{On attribue le signe commun} \end{cases}$	$\begin{cases} \textit{On soustrait les distances à zéro.} \\ \textit{On attribue le signe de celui qui à la} \\ \textit{plus grande distance à zéro} \end{cases}$
$A = -5 - 6 = \overbrace{-}^{\textit{Signe commun}} \boxed{\overbrace{(5+6)}^{\textit{addition des } \text{p.n}}} = -11$ $B = 2 + 3 = \overbrace{+}^{\textit{Signe commun}} \boxed{\overbrace{(2+3)}^{\textit{add.des}\text{p.n}}} = +5$	$C = 4 - 7 = \overbrace{-}^{\textit{signe de } (-7)} \boxed{\overbrace{(7-4)}^{\textit{soust.des } \text{p.n}}} = -3$ $D = -3 + 8 = \overbrace{+}^{\textit{signe de } (+8)} \boxed{\overbrace{(8-3)}^{\textit{soust.des } \text{p.n}}} = +5$

2 - Soustraction

Soustraire c'est ajouter l'opposé du nombre.

$E = 3 - 6 = 3 + (-6) = (-3)$

Car soustraire 6 c'est ajouter l'opposé de 6 soit (-6)

$F = -3 - (-6) = -3 + (+6) = (+3)$

Car soustraire 6 c'est ajouter l'opposé de (-6) soit 6

1. Produit (multiplication). Pour effectuer le produit de 2 relatifs :

$\{$ *On applique la règle des signes.*

Signes différents $-$	Même signe $+$
$(-) \times (+) = (-)$ $A = (-2) \times 5 = \overbrace{-}^{moins \times plus = moins}\overbrace{(2 \times 5)}^{\text{produit des p.n}}$ $A = -10$	$(-) \times (-) = (+)$ $A = (-2) \times (-5) = \overbrace{+}^{moins \times moins = plus}\overbrace{(2 \times 5)}^{\text{produit des p.n}}$ $A = +10 = 10$
$(+) \times (-) = (-)$ $A = 2 \times (-5) = \overbrace{-}^{plus \times moins = moins}\overbrace{(2 \times 5)}^{\text{produit des p.n}}$ $A = -10$	$(+) \times (+) = (+)$ $A = (+2) \times (+5) = \overbrace{+}^{plus \times plus = plus}\overbrace{(2 \times 5)}^{\text{produit des p.n}}$ $A = +10 = 10$

Exemples

$$A = \frac{-5-3}{1+2\times(-3)}$$

$$A = \frac{-8}{1+(-6)}$$

$$A = \frac{-8}{-5}$$

$$A = \frac{8}{5}$$

$$B = \left(\frac{-15}{-3}\right) \times (10-13)$$

$$B = \left(\frac{-5\times 3}{-3}\right) \times (-3)$$

$$B = 5 \times (-3)$$

$$B = -15$$

$$C = -2 \times \frac{5}{-4}$$

$$C = -2 \times \frac{5}{-2\times 2}$$

$$C = \frac{5}{2}$$

3. Quotient (division). Pour effectuer le quotient de deux relatifs :

$\{$ *On effectue le quotient (la division) des distances à zéro*
On applique la règle des signes (avec : remplaçant ×).

$E = (-10) : 5 = -\left(\frac{10}{5}\right) = -2$	$F = 10 : (-5) = -\left(\frac{10}{5}\right) = -2$
$G = 10 : 5 = +\left(\frac{10}{5}\right) = 2$	$H = (-10) : (-5) = +\left(\frac{10}{5}\right) = 2$

2. Enchainement d'opération

Fiche de cours	Mathématiques	Cinquième/Quatrième
Chapitre : Fractions	Additions et multiplications de fractions	

Dans tout ce qui suit, **a, b, c, d et k** sont des **entiers relatifs** avec **b et d différents de zéro.**

1. Règle de base *des quotients égaux*

$$\boxed{\frac{a}{b} = \frac{a\boxed{\times k}}{b\boxed{\times k}} = \frac{a\boxed{: \ k}}{b\boxed{: \ k}}}$$

avec k et b non nuls ($k \neq 0$ *et* $b \neq 0$)

2. Simplification de fractions

$$\frac{100}{105} = \frac{5\times20}{5\times21} = \frac{20}{21}$$

$$\frac{210}{270} = \frac{30\times7}{30\times9} = \frac{7}{9}$$

3. Critères de divisibilité

- Par 2 : Un nombre est divisible par 2 si il se termine par 0, 2, 4, 6 ou 8.
  Exemple : $124 \quad (124 = 2 \times 62); 758 \ (758 = 2 \times 379); 4796; 800.$
- Par 3 : Un nombre est divisible par 3 si la somme de ses chiffres est aussi divisible par 3
  Exemple : *60 car* $6 + 0 = 6$ *qui est divisible par 3 (On a bien* $60 = 3 \times 20$*).*
  111 car $1 + 1 + 1 = 3$ *qui est divisible par 3 (On a bien* $111 = 3 \times 37$*).*
- Par 9 : Un nombre est divisible par 9 si la somme de ses chiffres est aussi divisible par 9
  Exemple : *126 car* $1 + 2 + 6 = 9$ *qui est divisible par 9 (On a bien* $126 = 9 \times 14$*).*
  936 car $9 + 3 + 6 = 19$ *qui est divisible par 9 (On a bien* $936 = 9 \times 104$*).*
- Par 5 : Un nombre est divisible par 5 si il se termine par 0 ou 5.
  Exemple : $90, on\ a\ \ 90 = 5 \times 18$
  $735, on\ a\ bien\ 735 = 5 \times 147$
- Par 10 : Un nombre est divisible par 10 si il se termine par 0
  Exemple : $90, on\ a\ \ 90 = 10 \times 9$
  $730, on\ a\ bien\ 735 = 10 \times 73$

4. Multiplication de fractions

$$\frac{\mathbf{a}}{\mathbf{b}} \times \frac{\mathbf{c}}{\mathbf{d}} = \frac{\mathbf{a} \times \mathbf{c}}{\mathbf{b} \times \mathbf{d}}$$

$$\boxed{a \times \frac{c}{d} = \frac{a}{1} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{1 \times d} = \frac{a \times c}{d}}$$

$$A = 12 \times \frac{40}{60} = \frac{12 \times 40}{60}$$

$$A = \frac{\overbrace{\cancel{6} \times 2}^{12} \times \overbrace{4 \times \cancel{10}}^{40}}{\underbrace{\cancel{6 \times 10}}_{60}}$$

$$\boxed{A = 2 \times 4 = 8}$$

$$\boxed{\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}}$$

$$B = \frac{-3}{50} \times \frac{100}{21} = -\frac{3 \times 100}{50 \times 21}$$

$$B = -\frac{\cancel{3} \times \overbrace{2 \times \cancel{50}}^{100}}{\cancel{50} \times \underbrace{\cancel{3} \times 7}_{21}}$$

$$\boxed{B = -\frac{2}{7}}$$

5. Division de fractions : Diviser, c'est multiplier par l'inverse

$$\boxed{\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}}$$

Avec b, c et d non nuls.

$$\boxed{a : \frac{c}{d} = \frac{a}{1} : \frac{c}{d} = \frac{a}{1} \times \frac{d}{c} = \frac{a \times d}{c}}$$

$$C = 12 : \frac{40}{60} = 12 \times \frac{60}{40} = \frac{12 \times 60}{40}$$

$$C = \frac{\overbrace{6 \times \cancel{2}}^{12} \times \overbrace{6 \times \cancel{10}}^{60}}{\underbrace{\cancel{2} \quad 2 \times \cancel{10}}_{40}} = \frac{36}{2}$$

$$\boxed{C = 18}$$

$$\boxed{\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{a \times d}{b \times c}}$$

$$D = \frac{-3}{37} : \frac{24}{111} = \frac{-3}{37} \times \frac{111}{24} = -\frac{3 \times 111}{37 \times 24}$$

$$D = -\frac{\cancel{3} \times \overbrace{3 \times \cancel{37}}^{111}}{\cancel{37} \times \underbrace{\cancel{3} \times 8}_{24}}$$

$$\boxed{D = -\frac{3}{8}}$$

6. Addition de fractions : Pour additionner des fractions, il faut les mettre au même dénominateur

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a + c}{b}$$

$$\boxed{a + \frac{c}{d} = \frac{a}{1} + \frac{c}{d} = \frac{a \boxed{\times d}}{1 \boxed{\times d}} + \frac{c}{d} = \frac{(a \times d) + c}{d}}$$

$$E = 2 + \frac{3}{4} = \frac{2}{1} + \frac{3}{4} = \frac{2 \boxed{\times 4}}{1 \boxed{\times 4}} + \frac{3}{4}$$

$$E = \frac{8}{4} + \frac{3}{4} = \frac{8 + 3}{4}$$

$$\boxed{E = \frac{11}{4}}$$

$$\boxed{\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a + c}{b}}$$

$$F = \frac{-17}{3} + \frac{2}{3} = \frac{-17 + 2}{3}$$

$$F = \frac{-15}{3}$$

$$\boxed{F = -5}$$

$$\boxed{\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \boxed{\times d}}{b \boxed{\times d}} + \frac{c \boxed{\times b}}{d \boxed{\times b}} = \frac{ad + cb}{bd}}$$

$$G = \frac{2}{3} + \frac{8}{15} = \frac{2 \times 5}{3 \times 5} + \frac{8}{15}$$

$$G = \frac{10}{15} + \frac{8}{15}$$

$$G = \frac{10 + 8}{15} = \frac{18}{15}$$

$$\boxed{G = \frac{18 : 3}{15 : 3} = \frac{6}{5}}$$

$$H = \frac{2}{3} - \frac{5}{4} = \frac{2 \boxed{\times 4}}{3 \boxed{\times 4}} - \frac{5 \boxed{\times 3}}{4 \boxed{\times 3}}$$

$$H = \frac{8}{12} - \frac{15}{12} = \frac{8 - 15}{12}$$

$$\boxed{H = \frac{-7}{12}}$$

1. Puissances

a) Définition

Le nombre réel ***a*** à la puissance ***n*** (ou à l'exposant n) est définie par :

$$\boxed{a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \ldots \times a}_{n\ fois}}$$

*a étant **un nombre réel*** ($a \in \mathbb{R}$) *et n un entier non nul* ($n \in N^*$)

b) Règles

Par convention

$\boxed{a^0 = 1}$	$\boxed{a^1 = a}$	$a^{-1} = \frac{1}{a}$	$\boxed{a^{-n} = \frac{1}{a^n}}$
$3^0 = 1$ $(-5{,}75)^0 = 1$ $\left(\frac{\pi}{5}\right)^0 = 1$	$3^1 = 3$ $(-5{,}75)^1 = -5{,}75$ $\left(\frac{\pi}{5}\right)^1 = \frac{\pi}{5}$ $x^1 = x$	$3^{-1} = \frac{1}{3}$ $10^{-1} = \frac{1}{10} = 0{,}1$ $x^{-1} = \frac{1}{x}$	$3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$ $10^{-3} = \frac{1}{10^3} = 0{,}001$ $x^{-2} = \frac{1}{x^2}$

Remarque :

0^0 *n'est pas défini, n'existe pas.*

1 - Règles pour un réel a (n et p deux entiers relatifs)

$\boxed{a^n \times a^p = a^{n+p}}$	$\boxed{(a^n)^p = a^{n \times p}}$	$\boxed{\frac{a^n}{a^p} = a^{n-p}}$
$A = 2^3 \times 2^4 = 2^{3+4}$ $\boxed{A = 2^7}$ $B = 10^3 \times 10^{-4}$ $B = 10^{3-4} = 10^{-1} = \frac{1}{10^1}$ $\boxed{B = \frac{1}{10} = 0{,}1}$ $C = x^2 \times x^3 = x^{2+3}$ $\boxed{C = x^5}$	$D = (2^3)^4 = 2^{3 \times 4}$ $\boxed{D = 2^{12}}$ $E = (10^3)^{-4} = 10^{3 \times (-4)}$ $\boxed{E = 10^{-12} = \frac{1}{10^{12}}}$ $F = (x^2)^3 = x^{2 \times 3}$ $\boxed{F = x^6}$	$G = \frac{2^3}{2^7} = 2^{3-7}$ $\boxed{G = 2^{-4} = \frac{1}{2^4}}$ $H = \frac{10^3}{10^{-2}} = 10^{3-(-2)} = 10^{3+2}$ $\boxed{H = 10^5 = 100\ 000}$ $I = \frac{x^3}{x} = \frac{x^3}{x^1} = x^{3-1}$ $\boxed{I = x^2}$

2 - Règles pour a réel et b réel non nul (n entier relatif)

$(a \times b)^n = a^n \times b^n$	$\boxed{\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}}$ et $\boxed{\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n = \frac{b^n}{a^n}}$
$J = (5 \times 3)^2 = 5^2 \times 3^2 = 25 \times 9$ $\boxed{J = 225}$ $K = 5^5 \times 2^5 = (5 \times 2)^5 = 10^5$ $\boxed{K = 100\,000}$ $L = (3x)^2 = 3^2 \times x^2 = \boxed{9x^2}$ $M = (-2x)^3 = (-2)^3 \times x^3 = \boxed{-8x^3}$	$N = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2^2}{3^2} = \boxed{\frac{4}{9}}$ $P = \left(\frac{10}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{3}{10}\right)^2 = \frac{3^2}{10^2} = \boxed{\frac{9}{100} = 0{,}09}$ $Q = \left(\frac{x}{4}\right)^2 = \frac{x^2}{4^2} = \boxed{\frac{x^2}{16} = \frac{1}{16} \times x^2}$

2. Notation scientifique

a) Remarques sur les puissances de 10. (pour n entier relatif positif non nul)

$\boxed{10^n = \underbrace{10 \times 10 \times .. \times 10}_{n\ fois} = 1\ \underbrace{00 \ldots 0}_{n\ zéros}}$	$\boxed{10^{-n} = \frac{1}{10^n} = \underbrace{0{,}00.\ldots 0}_{n\ zéros}1}$
$10^3 = 1\,000 = mille$ $10^6 = 1\,000\,000 = 1\ million$ $10^9 = 1\,000\,000\,000 = 1\ milliard$ $10^{12} = 1\,000\,000\,000\,000 = 1\ billion\ (en\ france\ !)$	$10^{-1} = \frac{1}{10} = 0{,}1 = 1\ dixième$ $10^{-2} = \frac{1}{10^2} = 0{,}01 = 1\ centième$ $10^{-3} = \frac{1}{10^3} = 0{,}001 = 1\ millième$ $10^{-6} = \frac{1}{10^6} = 0{,}000\,001 = 1\ millionième$

b) Notation scientifique.

Ecrire un nombre en écriture scientifique c'est l'exprimer sous la forme :

$$\boxed{\underbrace{\boxed{a}}_{1 \le a < 10} \times 10^n}$$

et n un entier relatif.

Pour les nombres supérieurs à 1, l'exposant n sera positif.	Pour les nombres inférieurs à 1, l'exposant n sera négatif.
$9{,}5 = 9{,}5 \times 10^0$ $50{,}7 = 5{,}07 \times 10^1$ $1\,000 = 1 \times 10^3$ $1\,234 = 1{,}234 \times 10^3$ $-25{,}1 = -2{,}51 \times 10^1$ $\frac{5}{2} = 2{,}5 = 2{,}5 \times 10^0$	$0{,}5 = 5 \times 10^{-1}$ $0{,}02 = 2 \times 10^{-2}$ $0{,}0123 = 1{,}23 \times 10^{-2}$ $0{,}000\,15 = 1{,}5 \times 10^{-4}$ $-0{,}7 = -7 \times 10^{-1}$ $\frac{1}{4} = 0{,}25 = 2{,}5 \times 10^{-1}$

1. Réduction

Réduire une expression, c'est assembler les éléments de même nature.

$$A(x) = 3 - 2x + y - 5 + 6x - 2y$$

On assemble les éléments de même nature en entourant l'élément et son signe.

$$A(x) = \boxed{3}\,\boxed{-2x}\,\boxed{+y}\,\boxed{-5}\,\boxed{+6x}\,\boxed{-2y}$$

$$A(x) = \underbrace{y - 2y}_{-1y}\,\underbrace{-2x + 6x}_{+4x}\,\underbrace{+3 - 5}_{-2}$$

$$\boxed{A(x) = -y + 4x - 2}$$

$$B(x) = 5 - 7x + 3x^2 - 8 + 6x - 2x^2$$

On assemble les éléments de même nature en entourant l'élément et son signe.

$$B(x) = \boxed{5}\,\boxed{-7x}\,\boxed{+3x^2}\,\boxed{-8}\,\boxed{+6x}\,\boxed{-2x^2}$$

$$B(x) = \underbrace{3x^2 - 2x^2}_{x^2}\,\underbrace{-7x + 6x}_{-1x}\,\underbrace{+5 - 8}_{-3}$$

$$\boxed{B(x) = x^2 - x - 3}$$

2. Multiplication

$$\boxed{(ax^n) \times (bx^p) = (a \times b)\ \underbrace{x^n \times x^p}_{x^{n+p}} = (a \times b)\ x^{n+p}}$$

Rappels

$1x = x$	$x^0 = 1$
$-1x = -x$	$x^1 = x$
$0x = 0$	$x \times x = x^2$
$-(-3x) = 3x$	$x \times x^2 = x^3$
$2x = 2 \times x$	$x^n \times x^p = x^{n+p}$

3. Exemples

$\boxed{a \times (bx) = (a \times b)\ x}$ $(n = 0\ et\ p = 1)$

$$C(x) = -5 \times (3x) = \underbrace{(-5 \times 3)}_{-15}\ x$$

$$\boxed{C(x) = -15x}$$

$$\boxed{(ax) \times (bx) = (a \times b)\ \underbrace{x \times x}_{x^2} = (a \times b)\ x^2}$$

$$D(x) = (4x) \times (-2x) = \underbrace{(4 \times (-2))}_{-8}\ \underbrace{x \times x}_{x^2}$$

$$\boxed{D(x) = -8x^2}$$

$\boxed{a \times (bx^2) = (a \times b)\ x^2}$ $(n = 0\ et\ p = 2)$

$$E(x) = -2 \times (-3x^2) = \underbrace{(-2 \times (-3))}_{+6}\ x^2$$

$$\boxed{E(x) = 6x^2}$$

$$\boxed{(ax) \times (bx^2) = (a \times b)\ \underbrace{x \times x^2}_{x^3} = (a \times b)\ x^3}$$

$$F(x) = (4x) \times (-x^2) = \underbrace{(4 \times (-1))}_{-4}\ \underbrace{x \times x^2}_{x^3}$$

$$\boxed{F(x) = -4x^3}$$

3. Développer par la simple distributivité.

Développer un produit c'est la transformer en une somme (ou une différence).

$$\boxed{k \times (a+b) = k \times a + k \times b}$$

$$G(x) = -2 \times (3 - 5x)$$
$$G(x) = \underbrace{(-2) \times 3}_{-6} + \underbrace{(-2) \times (-5x)}_{+10x}$$
$$\boxed{G(x) = 10x - 6}$$

$$H(x) = -2x \times (-3 + 4x)$$
$$H(x) = \underbrace{(-2x) \times (-3)}_{+6x} + \underbrace{(-2x) \times 4x}_{-8x^2}$$
$$\boxed{H(x) = -8x^2 + 6x}$$

Remarque : On rangera toujours dans l'ordre des puissances décroissantes, c'est-à-dire par exemple les x^2 en 1er, puis les x et les nombres en dernier.

$$I(x) = -3 \times (2 - x) \;\; - (x - 5)$$
$$I(x) = \underbrace{-6}_{(-3)\times 2} \;\; \underbrace{+\,3x}_{(-3)\times(-x)} \;\; - x + 5$$

Puis on réduit

$$I(x) = \boxed{-6}\,\boxed{+3x}\,\boxed{-x}\,\boxed{+5}$$
$$I(x) = \underbrace{+3x - x}_{+2x}\,\underbrace{-6 + 5}_{-1}$$
$$\boxed{I(x) = 2x - 1}$$

$$J(x) = -3x \times (2 - x) \qquad - 5(x - 4)$$
$$J(x) = \underbrace{-6x}_{(-3x)\times 2} \;\; \underbrace{+\,3x^2}_{(-3x)\times(-x)} \;\; \underbrace{-5x}_{(-5)\times x} \;\; \underbrace{+\,20}_{(-5)\times(-4)}$$

Puis on réduit

$$J(x) = \boxed{-6x}\,\boxed{+3x^2}\,\boxed{-5x}\,\boxed{+20}$$
$$J(x) = 3x^2\,\underbrace{-6x - 5x}_{-11x} + 20$$
$$\boxed{J(x) = 3x^2 - 11x + 20}$$

Factoriser une somme (ou une différence), c'est la transformer en produit.

On écrit les formules :

$$k \times a + k \times b = k \times (a + b)$$

somme ⟶ produit

$$k \times a - k \times b = k \times (a - b)$$

différence ⟶ produit

k est appelé le **facteur commun.**

Exemple :

A $= 6\,x + 18$;

A $= 6\,x + 18$

A$= \mathbf{6}\,x + \mathbf{6} \times 3$

A$= 6 \times (x + 3)$

$B = 5x^2 - 15x;$

$B = \mathbf{5} \times \boldsymbol{x} \times x - \mathbf{5} \times 3 \times \boldsymbol{x}$

$B = \mathbf{5}\boldsymbol{x}(x - 3)$

$C = (3\,x - 1)(x - 8) + (2\,x + 4)\,(x - 8)$

$C = (x - 8)[(3\,x - 1) + (2\,x + 4)]$

$C = (x - 8)(3\,x - 1 + 2\,x + 4)$

$C = (x - 8)(5x \mp 3).$

Fiche de cours	Mathématiques	Quatrième
Chapitre : Pythagore	Théorème de Pythagore et sa réciproque	

Théorème de Pythagore

Théorème 1 :
Soit ABC un triangle rectangle en A.
Alors le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés.

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

Autre formulation
Dans un triangle rectangle, l'aire du carré construit sur l'hypoténuse est égale à la somme des aires des carrés construits sur les deux autres côtés.

Question posée : Calculer la longueur AB, BC ou CA

Rédaction type :

- **Si ON A un triangle rectangle:** J'utilise le théorème de Pythagore

- *On a :* un triangle ABC rectangle en A
- *Propriétés :* d'après le théorème de Pythagore $BC^2 = BA^2+AC^2$.
- *Calcul :*
  $BC^2 = BA^2 + AC^2$. $\quad BC = \sqrt{BA^2 + AC^2}$.
  $BA^2 = BC^2 - AC^2$. $\quad BA = \sqrt{BC^2 - AC^2}$.
  $AC^2 = BC^2 - BA^2$. $\quad AC = \sqrt{BC^2 + BA^2}$.
- *Conclusion :* **La longueur BC mesure …………cm (m ou ………………)**
  Ou [BC] mesure……..cm
  Ou BC vaut………cm

Question posée : le triangle AFG est-il rectangle ?

- **Si ON A une figure codée** : J'utilise les propriétés des droites parallèles et perpendiculaires

- **Si ON A un triangle avec les trois longueurs :** J'utilise la réciproque du théorème de Pythagore

- *On a* : Dans le triangle AFG, le plus long côté est [AF]
- *Calcul* : D'une part : AF^2= …….. D'autre part : $AG^2 + GF^2$ = ……..²+……..²=……..

Je constate que :

$AF^2 = AG^2 + GF^2$

- *Propriété* : l'égalité de Pythagore est vérifiée d'après la réciproque du théorème de Pythagore
- *Conclusion :* **le triangle AFG est rectangle en G.**

$AF^2 \neq AG^2 + GF^2$

- *Propriété* : l'égalité de Pythagore n'est pas vérifiée d'après la réciproque du théorème de Pythagore
- *Conclusion :* **le triangle AFG n'est pas rectangle.**

Fiche de cours	Mathématiques	Cinquième/Quatrième
Chapitre : Triangle et droites remarquables	**Triangle et droites remarquables**	

1. Droites remarquables : Définitions.

a. Médiatrices

La médiatrice d'un segment [AB] est la droite qui :
- Passe par le milieu du segment ;
- Et qui est perpendiculaire à ce segment.

b. Médianes

La Médiane d'un triangle est la droite qui :
- Passe par un sommet ;
- Et par le milieu du côté opposé à ce sommet.

On parle de médiane issue de A pour nommer la médiane qui passe par le sommet A dans le triangle ABC par exemple.

c. Hauteurs

La hauteur d'un triangle est la droite qui :
- Passe par le sommet ;
- Et qui est perpendiculaire au côté opposé au sommet.

2. Triangles et droites remarquables : propriétés

a - Triangles égaux

Deux triangles sont **égaux** (identiques) si :

- Ils ont ***un côté*** de même longueur adjacent à ***deux angles*** respectivement égaux.
- Ils ont ***un angle*** égal compris entre ***deux côtés*** respectivement de même longueur.
- Leurs ***trois côtés*** sont respectivement de même longueur.

Remarque : deux triangles sont dits « égaux » s'ils sont superposables.

b - Triangles semblables

- Deux triangles sont semblables lorsque leurs côtés ont des longueurs **proportionnelles**
- Deux triangles ayant leurs **angles respectivement égaux** sont **semblables**.

Rappels

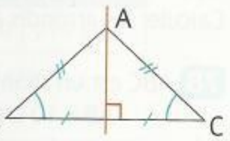
Somme des angles

La somme des angles d'un triangle ABC est égale à 180° :

$$\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180°.$$

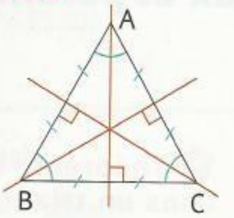
Triangle ABC isocèle en A

- $AB = AC$ et $\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$.
- La médiatrice du côté [BC] est aussi médiane, hauteur, bissectrice, axe de symétrie du triangle.



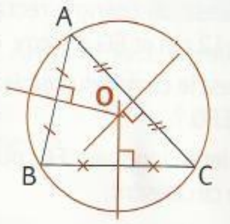
Triangle équilatéral ABC

- $AB = AC = BC$ et $\widehat{ABC} = \widehat{BAC} = \widehat{ACB} = \mathbf{60°}$.
- La médiatrice de chaque côté est aussi médiane, hauteur, bissectrice, axe de symétrie du triangle.

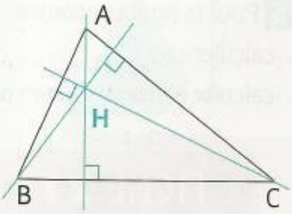


Droites remarquables

- **Les médiatrices** d'un triangle ABC sont concourantes au point O, **centre du cercle circonscrit** à ABC.
Donc **OA = OB = OC**.

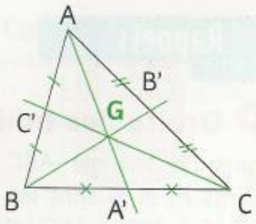


- **Les hauteurs** d'un triangle ABC sont concourantes au point H, **orthocentre** de ABC.



- **Les médianes** d'un triangle ABC sont concourantes au point G, **centre de gravité** de ABC.

$$AG = \frac{2}{3}AA' ; BG = \frac{2}{3}BB' ;$$
$$CG = \frac{2}{3}CC'.$$



• **Population :** c'est l'ensemble étudié.

• **Individu :** c'est un élément de la population.

• **Effectif total :** c'est le nombre total d'individus.

• **Caractère :** c'est la propriété étudiée. On distingue les caractères discrets qui ne peuvent prendre qu'un nombre fini de valeurs (notes à un devoir...) et les caractères continus dont on regroupe les valeurs par intervalles (taille, durée d'écoute...)

La moyenne c'est la somme de toutes les valeurs de la série divisée par l'effectif total.

Exemple : Sophie a calculé le temps qu'elle a passé devant la télévision la semaine dernière.
Voici ses résultats.

Jour	Lundi	Mardi	Mercredi	Jeudi	Vendredi	Samedi	Dimanche
Temps en min	62	57	110	60	46	122	131

Calcule le temps moyen passé par Sophie devant la télévision.

On calcule la moyenne : $M = \dfrac{62+57+110+60+46+122+131}{7} = \dfrac{588}{7} = 84$ min.

Sophie a passé, en moyenne, 84 min (soit 1 h 24 min) par jour devant la télévision la semaine dernière.

La moyenne pondérée d'une série de valeurs est égale à la somme des produits de chaque valeur par leur coefficient (ou effectif) divisée par la somme des coefficients (ou l'effectif total).

Exemple : Chaque élève de 4^{e}B du collège de Potigny a indiqué le nombre de livres qu'il a lus durant le mois de septembre.
Voici les résultats de l'enquête.

Nombre de livres lus	0	1	2	3	7	8	15
Effectif	12	4	3	3	1	1	1

On calcule l'effectif total de la classe : 12 + 4 + 3 + 3 + 1 + 1 + 1 = 25.

$$M = \frac{0\times12+1\times4+2\times3+3\times3+7\times1+8\times1+15\times1}{25} = \frac{49}{25} = 1{,}96$$

Les élèves de 4^{e}B de ce collège ont lu, en moyenne, 1,96 livre au mois de Septembre.

Fiche de cours	Mathématiques	Quatrième &Troisième
Chapitre : Aires et volumes	Aires et volumes	

Longueurs, aires, volumes

Rappels

Unités usuelles

Longueurs

km	hm	dam	m	dm	cm	mm
		2	5,	0	0	

25 m = 2 500 cm

Aires

- 1 hm² = 1 ha
- 1 dam² = 1 a

km²	hm²	dam²	m²	dm²	cm²	mm²
			2 5,	0 0	0 0	

25 m² = 250 000 cm²

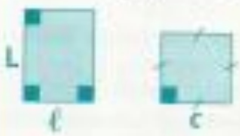
Volumes et contenances

m³		dm³			cm³		mm³
		L	dL	cL	mL		
2 5,	0 0	0	0	0	0		

25 m³ = 25 000 000 cm³ = 25 000 L

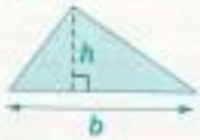
Périmètres et aires

- **Rectangle, carré**



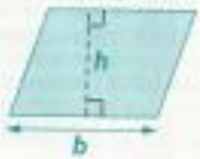
Aire : L × ℓ   Aire : c²

- **Triangle**



Aire : $\frac{b \times h}{2}$

- **Parallélogramme**



Aire : b × h

- **Cercle, disque**

Longueur : 2πR
Aire : πR²

Volumes et aires latérales

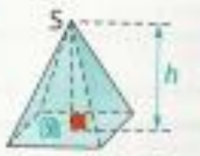
- **Parallélépipède rectangle**

Volume : L × ℓ × h

- **Cube de côté c.** Volume : c³.

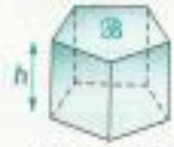
- **Pyramide**

Une pyramide régulière de sommet S est telle que :
– sa base est un polygone régulier, de centre O ;
– sa hauteur est le segment [SO].



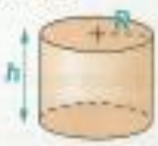
Base d'aire 𝔅.
Volume : $\frac{1}{3}$ 𝔅 × h

- **Prisme droit**



Base d'aire 𝔅
et de périmètre p.
Aire latérale : p × h
Volume : 𝔅 × h

- **Cylindre**



Aire latérale : 2πRh
Volume : πR²h

- **Cône**

Base d'aire 𝔅 = πR².
Volume : $\frac{1}{3}$ 𝔅 × h

Fiche d'exercice	Mathématiques	Troisième
Révisions de quatrième	Révisions et préparation à l'évaluation diagnostique	

1. Les nombres relatifs.

Exercice 1 : Retirer les parenthèses puis calculer

$A = (+36) + (-26) + (+17) + (-33)$

$B = (-17) - (+9) + (-13) - (-15) + (+14)$

Exercice 2 : Calculer A, B, C et D

$A = 2 - 5 + 7$ $\quad B = 4 - 5 - 6$ $\quad A = 4 + 5 - 6$ $\quad D = -4 - 5 - 6$

Exercice 3 : Sans effectuer de calculs, déterminer le signe de l'expression.

$A = (-5) \times (-6) \times 7$ $\quad B = 3(-2) \times 5 \times (-1)$ $\quad C = (-25 : 5) \times [-7 : (-2)]$ $\quad D = -1 \times (-5 : (-3))$

Exercice 4 : Calculer

$A = 2 \times (-3) + (-3) \times (-7)$ $\quad B = -3 - 5 \times (-2)$ $\quad C = 4 \times [-6 + (-8)] - 10$

$D = -(12 - 5) + 7$ $\quad E = 14 - (5 - 16)$ $\quad F = 4 \times (5 - 6)$

$G = (-4 + 1) \times (5 - 6)$ $\quad H = -1 \times (-5 : (-3))$

2. Les nombres rationnels (fractions).

Exercice 1 : Addition (même dénominateur)

$A = \frac{1}{2} - \frac{3}{2}$ $\quad B = \frac{8}{7} - \frac{9}{7}$ $\quad C = \frac{3}{5} - \frac{12}{5}$ $\quad D = -\frac{1}{2} + \frac{11}{2}$

Exercice 2 : Addition (mise au même dénominateur)

$E = \frac{1}{3} + \frac{5}{6}$ $\quad F = \frac{7}{5} - \frac{3}{10}$ $\quad G = \frac{1}{3} - \frac{7}{9}$ $\quad H = \frac{2}{5} - \frac{14}{15}$ $\quad I = 1 + \frac{1}{3}$ $\quad J = 2 - \frac{5}{6}$

Exercice 3 : Calculer et simplifier pour obtenir une fraction irréductible ou un entier.

$K = \frac{-3}{5} \times \frac{7}{12}$ $\quad L = \frac{-3}{-7} \times \frac{-8}{15}$ $\quad M = \frac{5}{-6} \times 18$ $\quad N = \frac{-15}{8} \times \frac{27}{-12} \times \frac{-7}{5}$

$O = \frac{1}{2} \times \frac{3}{2}$ $\quad P = \frac{4}{5} \times \frac{3}{10} \times 100$ $\quad Q = \frac{1}{3} \times \frac{3}{7} \times \frac{21}{9}$ $\quad R = -\frac{11}{2} \times \frac{20}{33}$

$S = \frac{2}{5} \times \left(\frac{8}{3} - 1\right) \qquad T = \frac{10}{50} \times \frac{500}{20} \qquad V = \frac{10}{18} \times \frac{1}{2} \times \frac{9}{5}$

Exercice 4 : Calculer et simplifier pour obtenir une fraction irréductible ou un entier.

$W = \frac{5}{7} : \frac{15}{8} \qquad X = \frac{24}{6} : \left(-\frac{9}{11}\right) \qquad Y = \frac{-11}{-18} : \frac{-8}{15} \qquad Z = \frac{\frac{-7}{6}}{\frac{-4}{15}}$

Exercice 5 : Calculer chaque expression

$A = \frac{8}{3} - \frac{8}{3} \times \frac{9}{16} \qquad B = \left(\frac{3}{4} - \frac{11}{8}\right) : \left(\frac{5}{3} - \frac{7}{4}\right) \qquad C = \left(\frac{8}{7} - \frac{6}{5}\right) \times \frac{7}{4} - 2$

Exercice 6 : Exercices de type brevet des collèges

1 **Pondichéry, Avril 2010**
Calcul A sous la forme d'une fraction irréductible :
$A = \frac{6}{5} - \frac{17}{14} : \frac{5}{7}$

2 **Amérique du Nord, Juin 2011 2010**

	Réponse A	Réponse B	Réponse C
A quelle autre expression le nombre $\frac{7}{3} - \frac{4}{3} : \frac{5}{2}$ est-il égale ?	$\frac{3}{3} : \frac{5}{2}$	$\frac{7}{3} - \frac{3}{4} \times \frac{2}{5}$	$\frac{27}{15}$

3 **Amérique du Nord, Juin 2011 2010**

	Réponse A	Réponse B	Réponse C
Donner le résultat de : $\frac{2}{3} - \frac{1}{3} \times \frac{5}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{5}{12}$	$-\frac{1}{3}$

3. Développement, réduction et factorisation :

Exercice 1: Réduction d'une écriture littérale. Réduire les expressions suivantes :

$A = 4x^2 + 3x + 7 - x^2 + 3x - 2 \qquad B = 6x^2 - 5x + 9 - 7x^2 + 3x - 3$

$C = 6x - 5x^2 + 7 - x^2 + 3x - 3 \qquad D = 6y - 5x - 9 - 7x + 3y + 3$

Exercice 2 : Développement. Développer puis réduire :

$E = 5(x-2) + 4(3-2x) \qquad F = -\frac{3}{4}x^2 + \left(\frac{5}{7} - \frac{3}{1}x\right)$

$G = -\frac{2}{5}x\left(\frac{3}{2}x + \frac{1}{5}\right) \qquad H = x(x-1) - 3(x+1)$

$I = x(4-6x) + 3x^2 + 5x - 9 \qquad J = (4a+2)7 - 5(2a-3)$

Exercice 3 : Factorisation. Factoriser au maximum les expressions suivantes :

$J = 6y - yz \qquad K = x^2 + 6xy \qquad L = 3x + 12 \qquad M = 8x + 2x(7-4x)$

4. Puissances et écritures scientifiques

Exercice 1 : Ecrire sous forme de puissance d'un nombre entier :

$A = (2^2)^3 \qquad B = 5^4 \times 3^4 \qquad C = (10^3)^2 \times 10^{-2} \qquad D = \dfrac{2^6}{2^{-2}} \qquad E = \dfrac{3^9 \times 3^{-1}}{3^3}$

Exercice 2 : Type Brevet des collèges

Ecrire le nombre suivant sous la forme du produit d'un entier par une puissance de 10, puis sans utiliser de puissance de 10 :

$$F = 2 \times 10^{-8} \times 3 \times 10^6$$

5. Le théorème de Pythagore.

Exercice 1 : Calcul de longueurs dans le plan

1) a - Construire le triangle ABC, rectangle en A et tel que AB=4cm et AC=6cm
b - Calculer la valeur exacte de BC puis une valeur approchée à 1mm près si nécessaire

2) a - Construire le triangle DEF, rectangle en F et tel que FE=4cm et ED=6cm
b - Calculer la valeur exacte de DF puis une valeur approchée à 1mm près si nécessaire

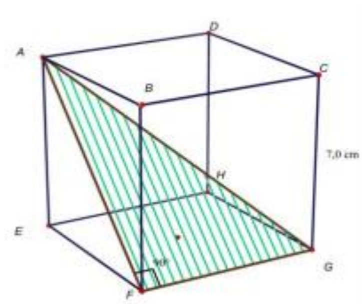
Exercice 2 : Calcul de longueurs dans l'espace

On considère un cube ABCDEFGH de côté 7 cm

1) Calculer la valeur exacte d'AF, la diagonale du carré ABFE

2) On suppose connu le fait que le rectangle AFG est rectangle en F.
Calculer la valeur exacte d'AG puis donnez une valeur approchée à 1mm près.

3) Calculer le volume du cube et l'aire du triangle AFG



Exercice 3 : Triangle rectangle ou non

1) On considère un triangle AZE tel que $AZ = 20cm$, $AE = 25\ cm$ et $ZE = 15\ cm$. AZE est-il rectangle ?

2) On considère un triangle PLM tel que $PL = 10mm$, $PM = 12mm$ et $LM = 7mm$. PLM est-il rectangle ?

6. Les triangles semblables & théorème de Thales.

Exercice 1 : Justifie le mieux possible tes réponses

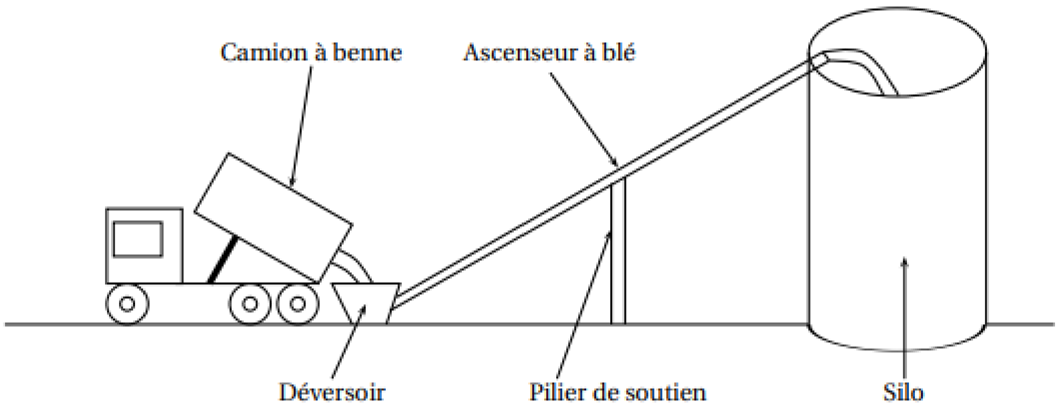
Soit un triangle BAC rectangle en A tel que AB=6cm et AC=8cm.

1)
   a. Construire le triangle ABC.
   b. Calculer BC.

2)
   a. Placer le point E sur le segment [AB] tel que BE=1,5cm. Placer le point F sur le segment [CB] tel que BF=2,5 cm.
   b. Montrer que les droites (AC) et (EF) sont parallèles.
   c. Calculer EF.

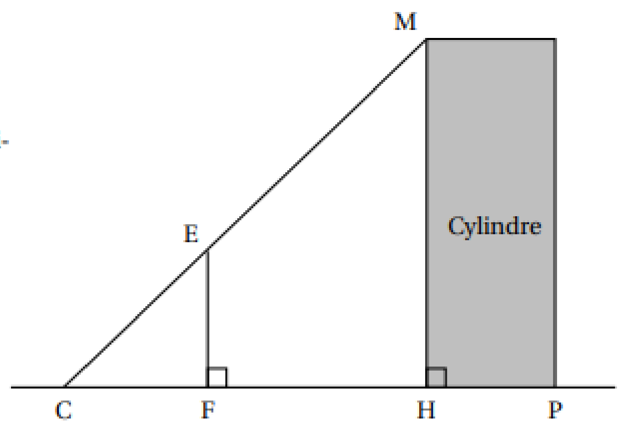
Exercice 2 :

Un silo à grains permet de stocker des céréales. Un ascenseur permet d'acheminer le blé dans le silo. L'ascenseur est soutenu par un pilier.



On modélise l'installation par la figure ci-dessous qui n'est pas réalisée à l'échelle :

- Les points C, E et M sont alignés.
- Les points C, F, H et P sont alignés.
- Les droites (EF) et (MH) sont perpendiculaires à la droite (CH).
- CH = 8,50 m et CF = 2,50 m.
- Hauteur du cylindre : HM = 20,40 m.
- Diamètre du cylindre : HP = 4,20 m.



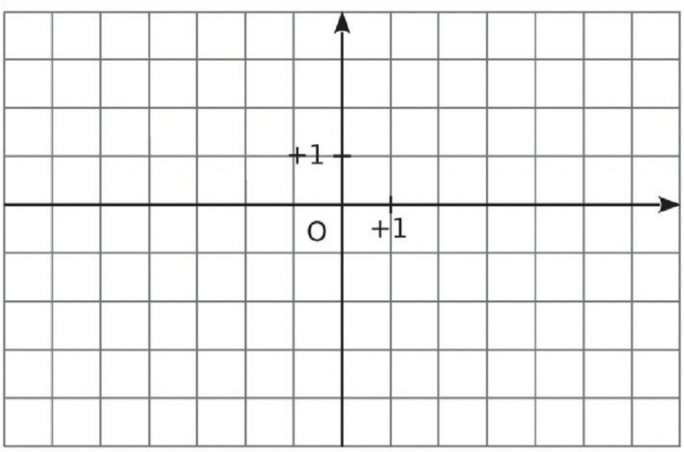
1. Quelle est la longueur CM de l'ascenseur à blé ?

2. Quelle est la hauteur EF du pilier ?

7. Repérage dans le plan

Coordonnées d’un point	Tout point du plan peut être repéré par la donnée de deux nombres relatifs : l’abscisse et l’ordonnée.
Abscisse	L’abscisse se lit sur l’axe « horizontal » et est citée en premier.
Ordonnée	L’ordonnée se lit sur l’axe « vertical » et est citée en second.

Exercice 1 :

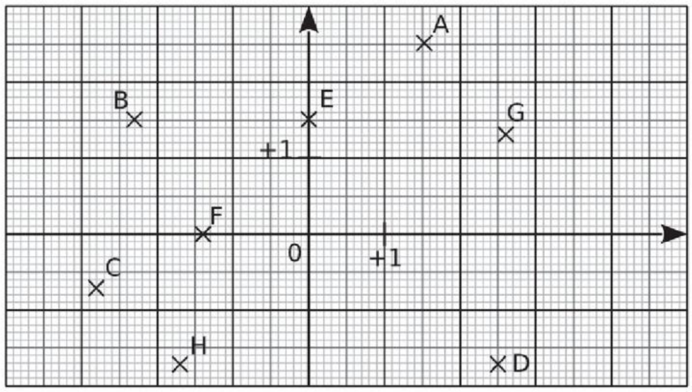


Dans le repère ci-dessus, place les points :

A(−2 ; 1)	C(5 ; −3)	E(0 ; −2)
B(−4 ; 3)	D(−5 ; 0)	F(6 ; 1)

Exercice 2 :

Lis et écris les coordonnées des points A à H.



A(.... ; ....)	C(.... ; ....)	E(.... ; ....)	G(.... ; ...)
B(.... ; ....)	D(.... ; ...)	F(.... ; ....)	H(.... ; .)

Exercice 3 :

Dans un repère du plan d'unité 2 carreaux en abscisse comme en ordonnée, placer les points suivants :

- A : d'abscisse – 2 et d'ordonnée 3
- B (0 ; -2)
- C (-1 ; -4)

Placer ensuite dans ce repère le point D tel qu’ABCD soit un parallélogramme.
Quelles sont les coordonnées du point D ?

Exercice 4 :

En reprenant les points A; B et C de l'exercice 3

1 - Placez dans un repère leurs symétriques respectifs A' ; B' et C' par rapport à l'axe des abscisses et donnez leurs coordonnées.

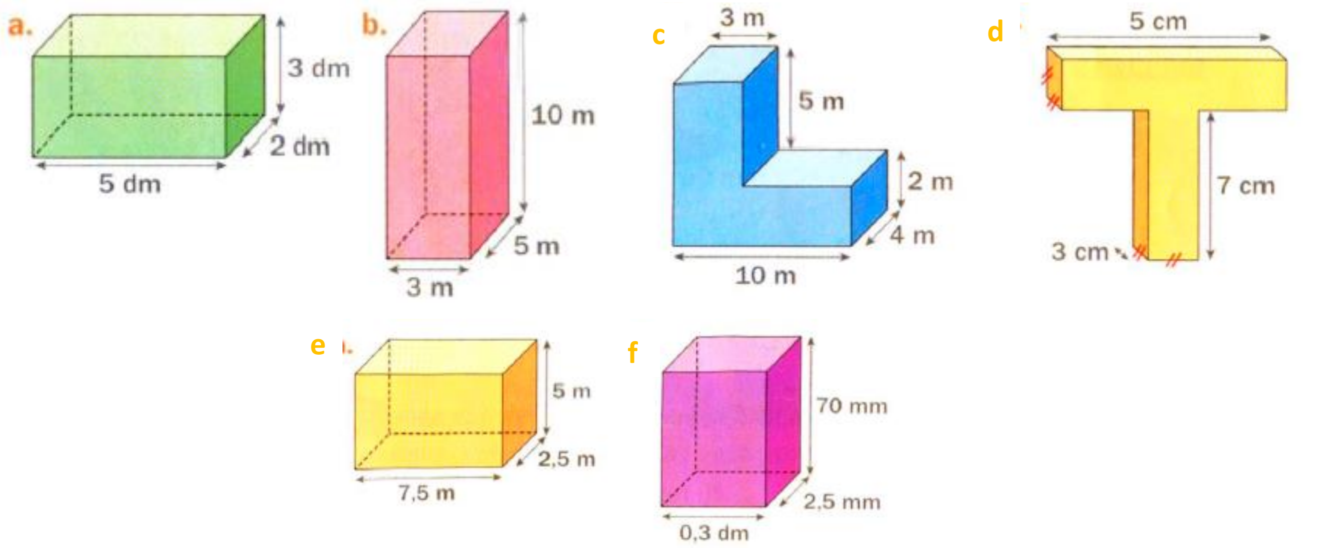
2 - Même question avec la symétrie centrale de centre B

8. Aires et volumes

Exercice 1 : Effectuer les conversions suivantes

a. 3L= …….cL	b. 0,7hL= ……..L	c. 5,5 dL=…….mL	d. 950daL=…….hL
e. 1L=…….cm^3	f. 50 dm^3=…….d	g. 2 cm^3=…….mL	h. 75 hL=…….m^3
i. 350 cm^3=…….L	j. 5,5 mL=…….mm^3	k. 7m^3=…….dm^3	l.0,456m^3=…….dm^3
m. 8,7 dam^3 =…….m^3	n. 0,0006dam^3 =…….m^3	p. 1 mm^3=…….cm^3	q.6500m^3=…….dam^3
r. 4500mm^3 =…….cm^3	s. 0,4cm^3 =…….mm^3	t. 0,546m^3=…….dm^3	u.0,987km^3=…….hm^3
v. 456m^3 =…….hL	w. 50000dL =…….m^3	x. 0,6L=…….mm^3	y.0,0585dam^3=…….hL

Exercice 2 : Calculer le volume des pavés droits suivants

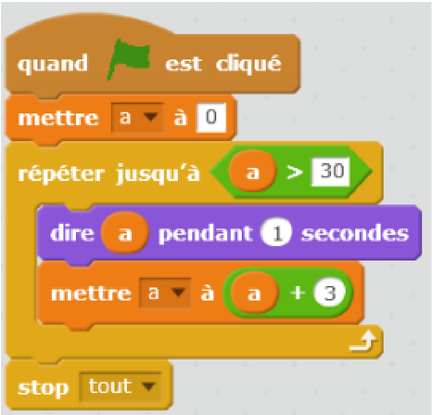


9. Algorithmique – Scratch

Que se passe-t-il quand on clique sur le drapeau ?

Quelle mesure d'angle doit-on indiquer pour que le programme construise un triangle équilatéral ?

Que fait le lutin quand on clique sur le drapeau ?



Quelle figure sera tracée lors de l'exécution de ce programme ?

Quelle figure sera tracée lors de l'exécution de ce programme ?

10. Tableur

A retenir :	Une formule débute toujours par un "="
	Dans une formule de tableur on fait intervenir la cellule (lettre suivie d'un nombre) et pas ce qu'elle contient.
	Le ";" sépare deux cellules alors que ":" concerne toutes les cellules comprises entre les deux mentionnées.

Exercice 1 : En appuyant sur la touche

"entrée" quel est le nombre qui s'affiche en B1 ? Détaillez le calcul.

N... =MOYENNE(A1:A5)

	A	B
1	1	=MOYENNE(A1:A5)
2	12	
3	7	
4	3	
5	4	

Exercice 2 : En appuyant sur la touche "entrée" quel est le nombre qui s'affiche en B1 ?

Détaillez le calcul.

N... =MOYENNE(A1;A5)

	A	B
1	1	=MOYENNE(A1;A5)
2	12	
3	7	
4	3	
5	4	

Exercice 3 : On a relevé le nombre de médailles gagnées par les sportifs calédoniens lors des jeux du Pacifique. Voici les résultats regroupés à l'aide d'un tableur :

	A	B	C	D	E
1	Années des Jeux du Pacifique	Nombres de médailles d'or	Nombre de médailles d'argent	Nombre de médailles de bronze	Total
2	1963	7	9	11	27
3	1966	39	30	30	99
4	1969	36	20	21	77
5	1971	33	32	27	92
6	1975	37	31	34	102
7	1979	33	43	26	102
8	1983	24	20	19	63
9	1987	82	48	38	168
10	1991	29	29	27	85
11	1995	82	57	43	182
12	1999	73	55	44	172
13	2003	93	73	74	240
14	2007	90	69	68	227
15					
16	Total :	658	516	462	1636
17					
18	Moyennes :	51	40	36	126

1. Pour obtenir 27 dans la cellule E2 on a écrit

=SOMME(B2:D2).

Quelle formule a-t-on écrite en B16 pour obtenir 658 ?

2. Quelle formule a-ton écrite en B18 pour obtenir la moyenne des médailles d'or obtenues sur ces 13 éditions ?